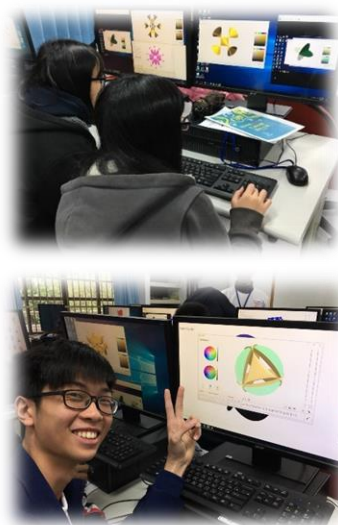


# 智慧創客教育(KTAV 模式)單元學習食譜

單元名稱：空間藝數師

年級領域：高一

設計：何敏華

知識	技術	能力	價值
致用主題知識	能操作學習技術	實踐行為能力	(人類群己教育價值)
知識名稱及意涵	教學活動(學習步驟)	師生實物作品	成果價值詮釋
1. 理解並熟練多項式的運算操作，能靈活應用於等式或函數，並能用以推論及解決問題。 2. 理解並欣賞幾何性質可以透過座標轉化成數與式的關係；數與式的代數操作透過座標產生對應的幾何意義。 3. 能運用科技知能及創新思考設計並實際製作科技產品。	1. 學習數學動態軟體 GeoGebra 的運用。 2. 學習 Surfer 軟體。 3. 雷射轉印貼紙輸出。	1. 學習單(附件一) 2. 產出設計(附件二) 	1. 利用軟體應用的學習，因數學知識進而創新知識，完成學習作品。 2. 學生習得可操作技術及實踐的能力後，能應用在其他學科學習實踐上，建構新知識模組的創新。
知識解碼要領	知識螺旋焦點	知識重組系統	知識創新價值
<input checked="" type="checkbox"/> 原型 <input checked="" type="checkbox"/> 元素 <input checked="" type="checkbox"/> 成因 <input checked="" type="checkbox"/> 脈絡 <input type="checkbox"/> 次級 <input checked="" type="checkbox"/> 系統 <input type="checkbox"/> 次要 <input checked="" type="checkbox"/> 變項	<input checked="" type="checkbox"/> 內化 <input checked="" type="checkbox"/> 外化 <input type="checkbox"/> 交互 <input type="checkbox"/> 對話 <input type="checkbox"/> 同化 <input type="checkbox"/> 調適 <input type="checkbox"/> 融入 <input type="checkbox"/> 存有	<input checked="" type="checkbox"/> 真(知識) <input checked="" type="checkbox"/> 慧(價值) <input checked="" type="checkbox"/> 善(技術) <input checked="" type="checkbox"/> 力(實踐) <input checked="" type="checkbox"/> 美(能力) <input checked="" type="checkbox"/> 行(作品)	<input checked="" type="checkbox"/> 真實 <input checked="" type="checkbox"/> 創價 <input checked="" type="checkbox"/> 體驗 <input type="checkbox"/> 傳承 <input type="checkbox"/> 生新 <input type="checkbox"/> 永續 <input type="checkbox"/> 均等 <input type="checkbox"/> 適性

## 附件一

## Surfer Imaginary~曲面藝數師

### 空間圖形的基本概念

#### 一、方程式的階數(degree)

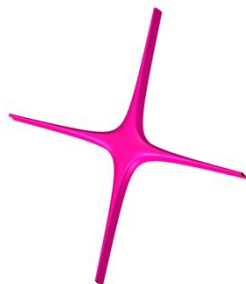
(1)  $x^2 + y^2 + z^3 - z^2 = 0$

階數=\_\_\_\_\_



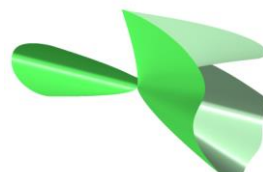
(2)  $6x^2 - 2x^4 - y^2z^2 = 0$

階數=\_\_\_\_\_



(3)  $(x^2 - y^3)^2 = (x + y^2)z^3$

階數=\_\_\_\_\_



(4)  $(x^2 + \frac{9}{4}y^2 + z^2 - 1)^3 = x^2z^3 - \frac{9}{80}y^2z^3$

階數=\_\_\_\_\_、最高階數項的係數為\_\_\_\_\_



#### 二、對稱關係：點 A(1,2,3)

(1)對(0,0,0)的對稱點坐標\_\_\_\_\_

(2)對 xy 平面的對稱點\_\_\_\_\_、對 yz 平面的對稱點\_\_\_\_\_、對 xz 平面的對稱點\_\_\_\_\_

(3)對 x 軸的對稱點\_\_\_\_\_、對 y 軸的對稱點\_\_\_\_\_、對 z 軸的對稱點\_\_\_\_\_

#### 三、線、面的圖形

看看下列方程式在平面、空間中的圖形分別是怎樣？

(1) $x=0$ 、 $x=1$

(2) $y=0$ 、 $y=-2$

(3)  $z=0$ 、 $z=4$

(4)  $x-y=0$ 、 $x+y=0$

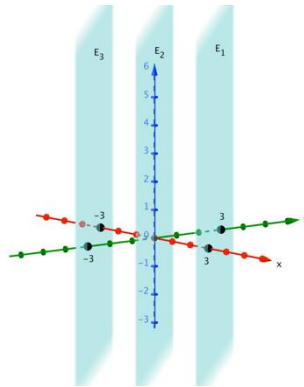
(5) 如圖 a，三平面平行且垂直  $xy$  平面，試寫出平面  $E_1, E_2, E_3$  的方程式?

---

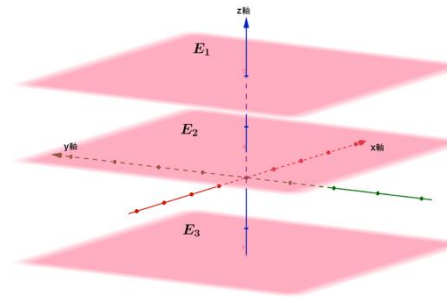
(6) 如圖 b，三平面平行且平行  $xy$  平面，試寫出平面  $E_1, E_2, E_3$  的方程式?

---

(圖 a)



(圖 b)



#### 四、圓、球、圓柱的圖形

(1) 平面上到(0,0)的距離均為 1 的圖形與方程式：\_\_\_\_\_

平面上到(2,3)的距離均為 2 的圖形與方程式：\_\_\_\_\_

a. 圓心為(h,k)，半徑為 2 的方程式為\_\_\_\_\_

b. 將圓  $x^2 + y^2 = 4$  向右平移 h 單位、向上平移 k 單位後的方程式\_\_\_\_\_

(2)  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  在空間中的圖形是什麼？\_\_\_\_\_，若將此圖形沿 x 軸方向、y 軸方向、z 軸方向分別平移 1、2、3 單位，其圖形是什麼？\_\_\_\_\_，方程式為\_\_\_\_\_

(3) 右圖的大球為圓心在(0,0,0)，半徑是 3。小球為將大球沿 z 軸方向向上平移至與大球相切，

且半徑變為 2。

寫出大球方程式\_\_\_\_\_

小球方程式\_\_\_\_\_



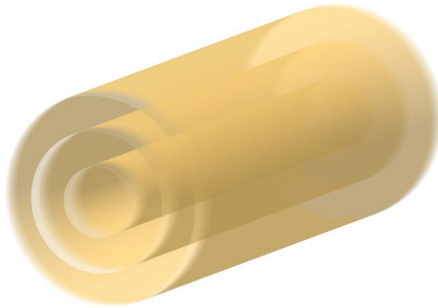
(4)  $x^2 + y^2 = 1$  在空間中的圖形是什麼？\_\_\_\_\_

(a) 寫出圖 a 中 3 個圓柱的可能方程式：

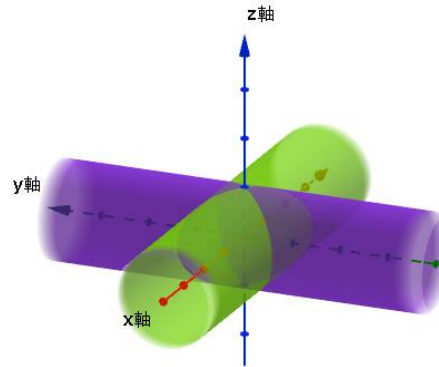
\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_

(b) 寫出圖 b 的兩個半徑為 2 的圓柱方程式：

\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_



(圖 a)



(圖 b)

### 五、平移

(1) 平面上將  $y=f(x)=2x+1$  向左平移 1 單位、向下平移 3 單位後的函數與圖形\_\_\_\_\_

(2) 平面上若將  $y = f(x) = x^2 + 3x - 1$  向右平移 3 單位、向上平移 2 單位後方程式如何表示？

規律：左加右減、上加下減

(3) 甜甜圈的方程式為： $(x^2 + y^2 + z^2 + 0.2)^2 - (x^2 + y^2) = 0$ ，若要在其上方多一顆球如下，則需要再多一個方程式，為下列哪一個？\_\_\_\_\_

- (a)  $x^2 + y^2 + z^2 - 0.1 = 0$                       (b)  $x + y + z - 0.1 = 0$   
 (c)  $x^2 + (y - 0.5)^2 + z^2 - 0.1 = 0$   
 (d)  $x^2 + y^2 + (z - 0.5)^2 - 0.1 = 0$



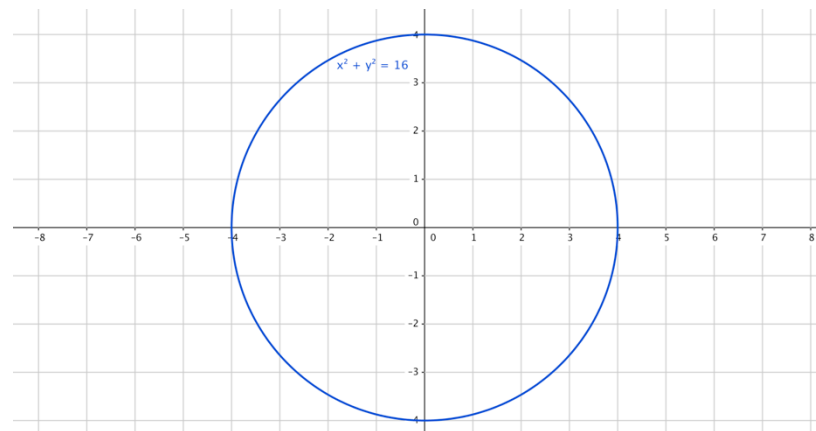
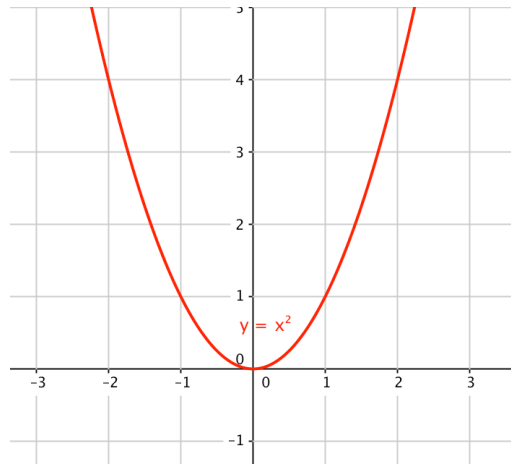
六、伸縮：空間中壓扁或膨脹的視覺效果，與平面圖型的伸縮概念相同。

(1) 在平面上繪出將  $y = x^2$  的“y”改成“2y”後的圖形(T)並觀察變化？ \_\_\_\_\_

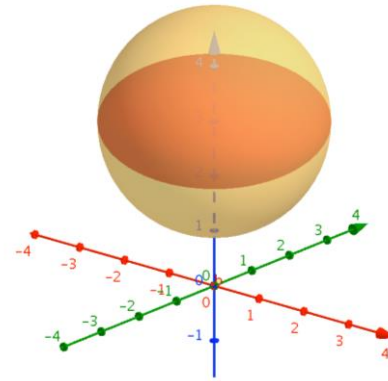
繪出將  $y = x^2$  的“x”改成“2x”後的圖形(W)並觀察變化？ \_\_\_\_\_

(2) 平面上繪出將  $x^2 + y^2 = 16$  的“x”改成“2x”後的圖形(T)並觀察變化？ \_\_\_\_\_

繪出將“x”改成“ $\frac{1}{2}x$ ”後的圖形(w) 並觀察變化？ \_\_\_\_\_



(3) 右圖的球為圓心在(0,0,3)，半徑是 2，球方程式\_\_\_\_\_。  
若將此球沿 z 軸方向壓扁，如圖所示，方程式為\_\_\_\_\_。



(4) 甜甜圈(圖 a)的方程式為： $(x^2 + y^2 + z^2 + 0.2)^2 - (x^2 + y^2) = 0$   
請選出壓扁與膨脹後甜甜圈所對應的圖與方程式：

$(x^2 + y^2 + \frac{1}{4}z^2 + 0.2)^2 - (x^2 + y^2) = 0$  圖\_\_\_\_\_

$(x^2 + y^2 + 4z^2 + 0.2)^2 - (x^2 + y^2) = 0$  圖\_\_\_\_\_

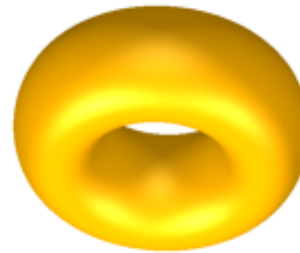


圖 b

七、「相交面的平滑化」：用相乘再減掉一個很小的正數，達到相交的地方平滑化的效果

(1) 觀察平面上  $(x - y)(x + y - 1) = 0$  與  $(x - y)(x + y - 1) - 0.8 = 0$  的圖形

(2) 選出下列方程式所對應的圖形：

$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + z^2 - 1) = 0$  \_\_\_\_\_

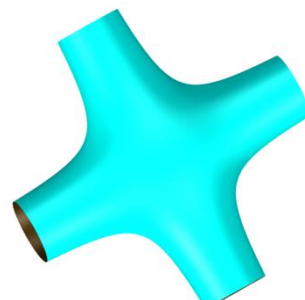
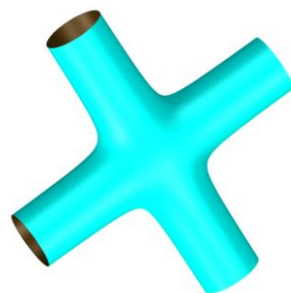
$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + z^2 - 1) - 0.5 = 0$  \_\_\_\_\_

$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + z^2 - 1) - 5 = 0$  \_\_\_\_\_

圖a

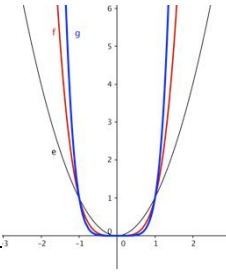
圖b

圖c



八、「平滑直角化」：

(1)將平面上  $y = x^2$ 、 $y = x^4$ 、 $y = x^6$  所對應的圖形標示出來。  
觀察弧度有什麼變化？\_\_\_\_\_



(2)請選出在平面、空間上下列方程式所對應的圖形：

$x^2 + y^2 = 1$  ----- \_\_\_\_\_

$x^4 + y^4 = 1$  ----- \_\_\_\_\_

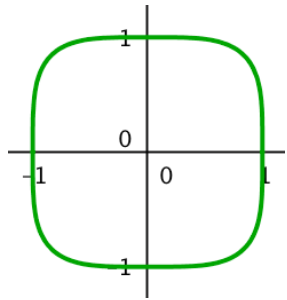
$x^{16} + y^{16} = 1$  ----- \_\_\_\_\_

$x^{16} + y^{16} + z^{16} = 1$  ----- \_\_\_\_\_

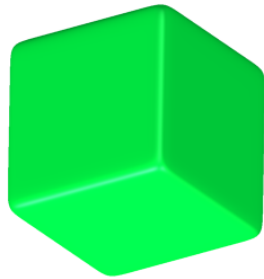
$x^2 + y^2 + z^2 = 0.5$  ----- \_\_\_\_\_

$x^2 + y^2 + z^6 = 0.5$  ----- \_\_\_\_\_

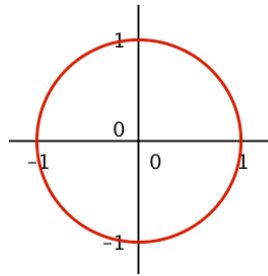
$x^2 + y^2 - z^2 = 0$  ----- \_\_\_\_\_



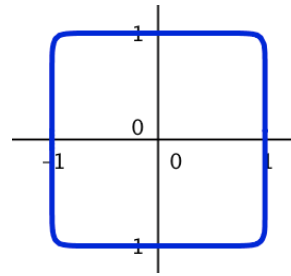
圖e



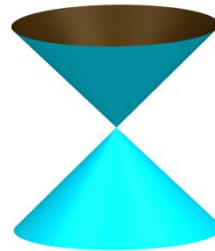
圖f



圖g



九、  :



1. 2015年，Bianca Violet 與 Stephan Klaus 發表了一個驚人的作品，他們用同一個隱函數方程式，再調整參數a,b，就可畫出6面體、8面體、12面體、.....等多面體。



$$(ax + by + z)^{16} + (-ax + by + z)^{16} + (x + ay + bz)^{16} + (x - ay + bz)^{16} + (bx + y + az)^{16} + (bx + y - az)^{16} - 1 = 0$$

- (1)當a=0, b=0 時圖形為\_\_\_\_\_ (2)當a=1, b=1 時圖形為\_\_\_\_\_
- (3)當a=1, b=0 時圖形為\_\_\_\_\_ (4)當a=0.62, b=0 時圖形為\_\_\_\_\_

2. (1) 由方程式： $100x^8 + 100y^8 + z^8 - 10 = 0$

試試看該如何完成紅十字的圖形：

\_\_\_\_\_

(2) 由方程式： $(x^2 + \frac{9}{4}y^2 + (z-1)^2 - 1)^3 - x^2(z-1)^3 - \frac{9}{80}y^2(z-1)^3 = 0$

試試看該如何完成四葉草(Surfer比賽中黃春華設計作品)的圖形：

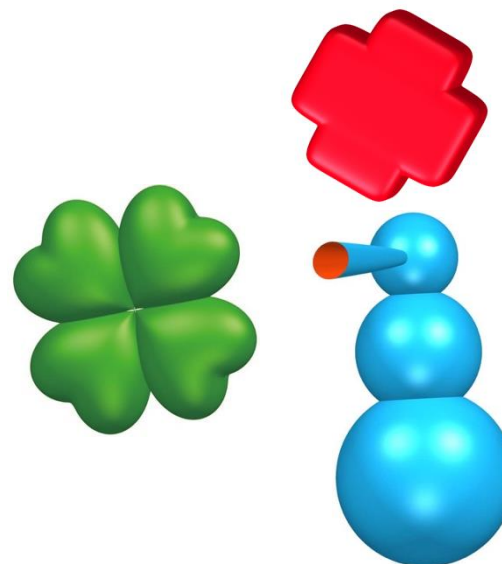
\_\_\_\_\_

(3) 由方程式： $(x^2 + y^2 + (z+1.5)^2 - 0.5) \times (x^2 + (z+1.5)^2 - 0.05y) = 0$

試試該看如何完成雪人的圖形：

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_





附件二 設計產出

